Form 5 Chapter 2
Matrices
Fully-Worked Solutions

UPSKILL 2.1

1 The matrix is $\begin{bmatrix} 15 & 10 & 5 \\ 12 & 11 & 2 \\ 10 & 13 & 3 \end{bmatrix}$.

2 The matrix is $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$.

3

	Number of rows	*Number of columns*	*Order*
(a)	1	3	1×3
(b)	3	2	3×2
(c)	2	2	2×2
(d)	3	3	3×3

4 (a) Column matrix
(b) Row matrix
(c) Square matrix
(d) Rectangular matrix

5

a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}
7	5	2	–1
3	–5	4	0
12	10	9	11
2	–4	–2	–6

6 $e = b_{12} = -8$
$f = b_{23} = 7$
$g = a_{41} = -3$
$h = a_{31} = -6$

7 (a) Same
(b) Not the same

8 (a) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3k-5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4h-1 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 15 \\ -11 & -7 \end{bmatrix}$

$4h-1=15$
$4h=16$
$h=4$
$3k-5=-11$
$3k=-6$
$k=-2$

(b) $\begin{bmatrix} 9-h & -5 \\ 8 & h+3 \\ 2k-1 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -5 \\ 8 & h+3 \\ 3k+2 & -6 \end{bmatrix}$

$9-h=10$
$h=-1$
$2k-1=3k+2$
$k=-3$

(c) $\begin{bmatrix} h+3k & -6 & h-17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 2k \end{bmatrix}$

$h+3k=-3 \;\ldots (1)$
$h-17=2k$
$h-2k=17 \;\ldots (2)$
$(1)-(2):\; 5k=-20$
$k=-4$
From (1):
$h+3(-4)=-3$
$h=12-3$
$h=9$

(d) $\begin{bmatrix} -1 \\ 13-k \\ 4h-3k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 8h \\ 17 \end{bmatrix}$

$13-k=8h$
$k=13-8h \;\ldots (1)$
$4h-3k=17 \;\ldots (2)$
Substitute (1) into (2):
$4h-3(13-8h)=17$
$4h-39+24h=17$
$28h=56$
$h=2$
From (1):
$k=13-8(2)=-3$

9 (a) $\begin{bmatrix} 3 & 2a+b \\ 2a-b & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 2c & 2b-a \end{bmatrix}$

$2a+b=8$
$b=8-2a \;\ldots (1)$
$-a+2b=1 \;\ldots (2)$
Substitute (1) into (2):
$-a+2(8-2a)=1$
$-a+16-4a=1$
$-5a=-15$
$a=3$
From (1):
$b=8-2(3) \;\ldots (1)$
$b=2$
$2a-b=2c$
$2(3)-2=2c$
$2c=4$
$c=2$

(b) $\begin{bmatrix} a-2b & -5 & \dfrac{abc}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & b-a & -2 \end{bmatrix}$

$a-2b=6$

$a=2b+6 \ \ldots (1)$

$b-a=-5 \ \ldots (2)$

Substitute (1) into (2) :

$b-(2b+6)=-5$

$-b-6=-5$

$b=-6+5$

$b=-1$

From (1) :

$a=2(-1)+6=4$

$\dfrac{abc}{4}=-2$

$(4)(-1)(c)=-2$

$-4c=-8$

$c=2$

UPSKILL 2.2

1 (a) Yes (b) No

2 (a) $\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -5 & -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8 & -10 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & -6 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 7 & -8 \\ -12 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -10 \\ -16 & 5 \\ -14 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -7 \\ -9 & -3 \\ -26 & 10 \end{bmatrix}$

3 (a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 & 9 & -7 \\ 8 & -6 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 6 & -11 & 10 \\ -9 & 11 & -7 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} -9 & 12 & 2 \\ 6 & -4 & 7 \\ -1 & -13 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 11 & -2 & -3 \\ -12 & -5 & 1 \\ 5 & -4 & -2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -20 & 14 & 5 \\ 18 & 1 & 6 \\ -6 & -9 & 10 \end{bmatrix}$

4 (a) $\begin{pmatrix} 2a \\ -b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3a \\ -5b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5a \\ 4b \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} -4c & =9d \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 9c & -2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5c & -11d \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 3e & 2f \\ -4f & 7e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2e & -f \\ -5f & 7e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5e & 3f \\ f & 0 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 9g & -3h & -4i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2g & 3h & -5i \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 11g & -6h & i \end{bmatrix}$

5 (a) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 8 \\ -12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ -7 \\ 11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ -3 \\ 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \\ -14 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ -2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 8 \\ 18 & 11 \\ -9 & 10 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 23 & 5 \\ -9 & 15 \end{bmatrix}$

6 (a) $\begin{bmatrix} -3x & 3y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2x & -7y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5x & 9y \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -6x & -13y \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} p \\ 4q \\ 2r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2p \\ -5q \\ 7r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6p \\ -10q \\ -4r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9p \\ -q \\ -9r \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 3a & 5b \\ -6c & -d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2a & -2b \\ 4c & -7d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6a & 3b \\ 5c & -8d \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -5a & 4b \\ -15c & 14d \end{bmatrix}$

7 (a) $\begin{bmatrix} x & 5 \\ 3 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 6 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 9 & -4 \end{bmatrix}$

$x-3=7$

$x=10$

$y-9=-4$

$y=5$

(b) $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -8 & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & -4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 6 \\ -14 & 7 \end{bmatrix}$

$7-x=12$

$x=-5$

$y-3=7$

$y=10$

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & x \\ y & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & y \\ -2x & 8 \end{bmatrix}$

$1+x=y \Rightarrow x-y=-1 \ \ldots (1)$

$-7+y=-2x \Rightarrow 2x+y-7 \ \ldots (2)$

$(1)+(2): \ 3x=6 \Rightarrow x=2$

From (1) : $2-y=-1 \Rightarrow y=3$

(d) $\begin{bmatrix} x & -8 \\ 5 & 3x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3y & 5 \\ -9 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -13 \\ 14 & 9 \end{bmatrix}$

$x-3y=11$

$x=3y+11 \ \ldots (1)$

$3x-y=9 \ \ldots (2)$

Substitute (1) into (2) :

$3(3y+11)-y=9$

$9y+33-y=9$

$8y=-24$

$y=-3$

From (1) : $x=3(-3)+11$

$x=2$

8 (a) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix}-15 & -35\\ 20 & 25\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3 & -7\\ 4 & 5\end{bmatrix}$

(b) $\frac{1}{7}\begin{bmatrix}14 & -14 & 28\\ -35 & 42 & -49\\ 21 & -63 & 56\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2 & -2 & 4\\ -5 & 6 & -7\\ 3 & -9 & 8\end{bmatrix}$

9 (a) $\begin{bmatrix}24 & -28\\ -16 & 12\end{bmatrix}$

$= 4\begin{bmatrix}6 & -7\\ -4 & 3\end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix}24 & -48\\ -6 & -30\\ 18 & 12\end{bmatrix}$

$= 6\begin{bmatrix}4 & -8\\ -1 & -5\\ 3 & 2\end{bmatrix}$

10 (a) $\begin{bmatrix}4 & -1 & \frac{2}{3}\\ \frac{5}{3} & \frac{8}{3} & -2\end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix}12 & -3 & 2\\ 5 & 8 & -6\end{bmatrix}$

$\therefore k = \frac{1}{3}$

(b) $\begin{bmatrix}-4\\ \frac{2}{5}\\ 3\\ -1\end{bmatrix} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix}-20\\ 2\\ 15\\ -5\end{bmatrix}$

$\therefore k = \frac{1}{5}$

11 (a) $3\begin{bmatrix}-2\\ 0\\ -4\end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix}-3\\ -2\\ -5\end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix}-2\\ 1\\ 3\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-6\\ 0\\ -12\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}-6\\ -4\\ -10\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-10\\ 5\\ 15\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-10\\ 9\\ 13\end{bmatrix}$

(b) $\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-14 & 16\\ 12 & -8\end{bmatrix} + \frac{1}{9}\begin{bmatrix}18 & -27\\ -36 & 45\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-1 & 4\\ 3 & -2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2 & -3\\ -4 & 5\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & 3\end{bmatrix}$

(c) $\frac{1}{6}\begin{bmatrix}12 & -24\\ -18 & 30\end{bmatrix} + \frac{1}{3}\begin{bmatrix}3 & 9\\ 12 & -15\end{bmatrix} - \frac{2}{5}\begin{bmatrix}10 & -15\\ 20 & -25\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2 & -4\\ -3 & 5\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1 & 3\\ 4 & -5\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}4 & -6\\ 8 & -10\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-1 & 5\\ -7 & 10\end{bmatrix}$

(d) $2\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 3 & 2\\ -2 & -1 & -3\end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix}3 & 2 & 1\\ -1 & 3 & 4\\ 2 & 3 & 1\end{bmatrix}$

$-3\begin{bmatrix}5 & 2 & 1\\ -1 & -2 & -3\\ 0 & 2 & 3\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2 & 4 & 6\\ 8 & 6 & 4\\ -4 & -2 & -6\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}12 & 8 & 4\\ -4 & 12 & 16\\ 8 & 12 & 4\end{bmatrix}$

$- \begin{bmatrix}15 & 6 & 3\\ -3 & -6 & -9\\ 0 & 6 & 9\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-1 & 6 & 7\\ 7 & 24 & 29\\ 4 & 4 & -11\end{bmatrix}$

12 (a) $4\begin{pmatrix}2x\\ y\end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix}x\\ 3y\end{pmatrix} - \frac{1}{5}\begin{pmatrix}20x\\ -60y\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}8x\\ 4y\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3x\\ 9y\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4x\\ -12y\end{pmatrix}$

$= \begin{bmatrix}7x\\ 25y\end{bmatrix}$

(b) $5\begin{bmatrix}3m & 2n\end{bmatrix} - 4\begin{bmatrix}2m & 3n\end{bmatrix} + \frac{1}{4}\begin{bmatrix}-16 & 24n\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}15m & 10n\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}8m & 12n\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-4m & 6n\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}3m & 4n\end{bmatrix}$

(c) $\frac{1}{3}\begin{bmatrix}-3a & 6b\\ 9c & 15d\end{bmatrix} + \frac{1}{4}\begin{bmatrix}-8a & 12b\\ -16c & 20d\end{bmatrix}$

$-\frac{1}{6}\begin{bmatrix}6a & -18b\\ 24c & -30d\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-a & 2b\\ 3c & 5d\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-2a & 3b\\ -4c & 5d\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}a & -3b\\ 4c & -5d\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-4a & 8b\\ -5c & 15d\end{bmatrix}$

13 (a) $-3\begin{bmatrix} 3h & -1 \\ 2 & k \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 2k \end{bmatrix} = 5\begin{bmatrix} -5 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -9h & 3 \\ -6 & -3k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 20 & -8 \\ 16 & 8k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 & -5 \\ 10 & -15 \end{bmatrix}$

$-9h + 20 = -25$

$-9h = -45$

$h = 5$

$-3k + 8k = -15$

$5k = -15$

$k = -3$

(b) $2\begin{bmatrix} 3 & 2k \\ 2 & 3h \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} = 5\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 6 & 4k \\ 4 & 6h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 21 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 10 \\ 25 & 30 \end{bmatrix}$

$4k + 6 = 10$

$k = 1$

$6h + 12 = 30$

$6h = 18$

$h = 3$

(c) $3\begin{bmatrix} h & 6 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} + \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -12 & 21 \\ k & 15 \end{bmatrix} = 5\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3h & 18 \\ -12 & 30 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ \frac{k}{3} & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 25 \\ -5 & 35 \end{bmatrix}$

$3h - 4 = -10$

$3h = -6$

$h = -2$

$-12 + \frac{k}{3} = -5$

$\frac{k}{3} = 7$

$k = 21$

(d) $3\begin{bmatrix} h & 4 \\ -5 & -k \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} k & 4 \\ -2 & 3h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 20 \\ -19 & 48 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3h & 12 \\ -15 & -3k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & 8 \\ -4 & 6h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 20 \\ -19 & 48 \end{bmatrix}$

$3h + 2k = 3 \quad \ldots (1)$

$-3k + 6h = 48$

$-k + 2h = 16 \quad \ldots (2)$

$3h + 2k = 3 \quad \ldots (1)$

$(+) \quad 4h - 2k = 32 \quad \ldots (2) \times 2$

$7h = 35$

$h = 5$

From (1) :

$3(5) + 2k = 3$

$2k = -12$

$k = -6$

(e) $\frac{2}{3}\begin{bmatrix} -6 & 9 \\ h & k \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ k & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 20 & 13 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ \frac{2}{3}h & \frac{2}{3}k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ 3k & 3h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 20 & 13 \end{bmatrix}$

$\frac{2}{3}h + 3k = 20$

$2h + 9k = 60 \quad \ldots (1)$

$\frac{2}{3}k + 3h = 13$

$2k + 9h = 39 \quad \ldots (2)$

$(1) \times 9\text{:} \quad 2h + 9k = 60 \quad \ldots (3)$

$(2) \times 2\text{:} \quad 9h + 2k = 39 \quad \ldots (4)$

$18h + 81k = 540 \quad \ldots (3) \times 9$

$(-) \quad 18h + 4k = 78 \quad \ldots (4) \times 2$

$77k = 462$

$k = 6$

From (1) : $2h + 9(6) = 60$

$2h = 6$

$h = 3$

14 $kQ + R = P$

$\begin{bmatrix} \frac{1}{3}k & 2k \\ 3k & 5k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & 4 \\ 5 & 2q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 14 & 7 \end{bmatrix}$

$2k + 4 = 10$

$2k = 6$

$k = 3$

$5k + 2q = 7$

$5(3) + 2q = 7$

$2q = -8$

$q = -4$

$\frac{k}{3} + p = 6$

$\frac{3}{3} + p = 6$

$p = 6 - 1$

$p = 5$

15 (a) $3Y-\begin{bmatrix}5 & 2\\7 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9 & 5\\14 & -20\end{bmatrix}-4Y$

$7Y=\begin{bmatrix}9 & 5\\14 & -20\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5 & 2\\7 & -1\end{bmatrix}$

$7Y=\begin{bmatrix}14 & 7\\21 & -21\end{bmatrix}$

$Y=\frac{1}{7}\begin{bmatrix}14 & 7\\21 & -21\end{bmatrix}$

$Y=\begin{bmatrix}2 & 1\\3 & -3\end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix}8 & 7\\5 & -15\end{bmatrix}-3Y=\begin{bmatrix}-4 & -9\\1 & 5\end{bmatrix}+Y$

$4Y=\begin{bmatrix}8 & 7\\5 & -15\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-4 & -9\\1 & 5\end{bmatrix}$

$4Y=\begin{bmatrix}12 & 16\\4 & -20\end{bmatrix}$

$Y=\begin{bmatrix}3 & 4\\1 & -5\end{bmatrix}$

(c) $2\begin{bmatrix}1 & -1\\8 & 3\end{bmatrix}-3Y=2Y-3\begin{bmatrix}1 & -1\\-2 & 3\end{bmatrix}$

$5Y=\begin{bmatrix}2 & -2\\16 & 6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & -3\\-6 & 9\end{bmatrix}$

$5Y=\begin{bmatrix}5 & -5\\10 & 15\end{bmatrix}$

$Y=\begin{bmatrix}1 & -1\\2 & 3\end{bmatrix}$

16 (a) $\begin{bmatrix}-7 & 5 & -2\\3 & -6 & 9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}10 & 2\\-4 & -7\\9 & 0\end{bmatrix}$

2×3 $\quad$ 3×2

$=$

Can be multiplied

(b) $\begin{bmatrix}3 & 1\\-6 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-8 & 4 & -1\\2 & -5 & 6\end{bmatrix}$

2×2 $\quad$ 2×3

$=$

Can be multiplied

(c) $\begin{bmatrix}3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -7 & -1\\-6 & -5 & 6\end{bmatrix}$

1×2 $\quad$ 2×3

$=$

Can be multiplied

(d) $\begin{bmatrix}-8 & 6 & -1\\3 & -5 & 7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -3 & 4\end{bmatrix}$

2×3 $\quad$ 1×3

$\neq$

Cannot be multiplied

17 (a) $\begin{bmatrix}1 & -4 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\5\\-8\end{bmatrix}$

1×3 $\quad$ 3×1

Order = 1×1

(b) $\begin{bmatrix}5\\2\\-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & -3 & 4\end{bmatrix}$

3×1 $\quad$ 1×3

Order = 3×3

(c) $\begin{bmatrix}1 & 4 & -5\\-2 & 3 & -8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 4\\-9 & 6\\-2 & -3\end{bmatrix}$

2×3 $\quad$ 3×2

Order = 2×2

18 (a) $\begin{bmatrix}4 & 1\\3 & 2\\-2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\-3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}8-3\\6-6\\-4+0\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}5\\0\\-4\end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix}-1 & 2\\-3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\-3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-4-6\\-12-12\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-10\\-24\end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix}2 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -3\\-2 & -5\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}10 & 14\end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix}2 & -3\\1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-5 & 3\\6 & -1\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-28 & 9\\19 & -1\end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix}-2 & -\frac{1}{5} & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\15\\4\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-6-3+12\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}3\end{bmatrix}$

(f) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ -10 & 13 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$

(g) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 6 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+8-15 & -5-12+20 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -6 & 3 \end{bmatrix}$

19 $\begin{bmatrix} x & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -x & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 10 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 4x-5x & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 10 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -x & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 10 \end{bmatrix}$

$-x = -7$

$x = 7$

20 $\begin{bmatrix} y & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & y \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 20 \end{bmatrix}$

$y^2 + 4 = 20$

$y^2 = 16$

$y = \pm 4$

21 $\begin{bmatrix} z & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -z & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 10 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2z-5z & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 10 \end{bmatrix}$

$-3z = 12$

$z = -4$

22 $\begin{bmatrix} p & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 & 23 \end{bmatrix}$

$-3p + 6 = -18$

$-3p = -24$

$p = 8$

$p + 3q = 23$

$8 + 3q = 23$

$3q = 15$

$q = 5$

$p - q = 8 - 5 = 3$

23 $\begin{bmatrix} 3k & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2k & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 20 \end{bmatrix}$

$-2k = 12$

$k = -6$

24 $\begin{bmatrix} 7 & x & 3x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ -1 \\ -\frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 7x - x - x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \end{bmatrix}$

$5x = 30$

$x = 6$

25 (a) $PI + Q$

$= P + Q$

$= \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 15 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(b) $P - IQ$

$= P - Q$

$= \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 9 & 11 \end{bmatrix}$

26 (a) IAB

$= AB$

$= \begin{bmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 6 & -3 & -7 \\ -1 & 8 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 6 & -2 \\ 5 & 7 & -3 \\ -7 & 4 & 9 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -13 & 60 & 20 \\ 40 & -13 & -66 \\ 18 & 62 & 5 \end{bmatrix}$

(b) $(A+B)I - I^2$

$= A + B - I$

$= \begin{bmatrix} 6 & 8 & 2 \\ 11 & 4 & -10 \\ -8 & 12 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 & 8 & 2 \\ 11 & 3 & -10 \\ -8 & 12 & 11 \end{bmatrix}$

27 (a) $BA = \begin{bmatrix} -1 & \frac{2}{3} \\ -1 & \frac{5}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Hence, B is the inverse matrix of A.

(b) $QP = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

Hence, Q is not the inverse matrix of P.

28 (a) $R^{-1} = \frac{1}{9-8} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$

(b) $S^{-1} = \frac{1}{9-10} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

29 (a) $P^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(b) $Q^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -8 & -3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ -2 & -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$

(c) $R^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix}$

(d) $S^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$

(e) $T^{-1} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ -\frac{3}{11} & \frac{2}{11} \end{bmatrix}$

(f) $U^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{5}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

30 $\frac{1}{h} \begin{bmatrix} m & n \\ 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -9 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

↑ A^{-1} ↑ A

$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$

$\therefore h = 3, m = 4, n = 1$

31 (a) $4k - 24 = 0$

$k = 6$

(b) $-3k - 12 = 0$

$-3k = 12$

$k = -4$

(c) $6 + k = 0$

$k = -6$

(d) $-20 + 10k = 0$

$10k = 20$

$k = 2$

32 (a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$

(b) $7h - 2k = 24$

$3h - 4k = 26$

$\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 26 \end{bmatrix}$

(c) $2x - 3y = -11$

$4x + y = 6$

$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 6 \end{bmatrix}$

33 (a) $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -9 \\ 8 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} 10 \\ 35 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 16 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} -35 \\ 42 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & -9 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21 \\ 6 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

34 (a) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 11 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix} = \frac{1}{-1-(-6)} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 11 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 30 \\ 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\therefore h = 6, k = 1$

(b) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 9 \\ -6 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}=\frac{1}{-12-3}\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 9 \\ -6 \end{bmatrix}$$
$$=\frac{1}{-15}\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 9 \\ -6 \end{bmatrix}$$
$$=\frac{1}{-15}\begin{bmatrix} -30 \\ -45 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$\therefore m=2, n=3$

(c) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 \\ -7 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}=\frac{1}{-7}\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 \\ -7 \end{bmatrix}$$
$$=\frac{1}{-7}\begin{bmatrix} -14 \\ -21 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$\therefore p=2, q=3$

35 (a) $\frac{1}{m}\begin{bmatrix} -4 & n \\ -1 & k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}=I$

$$\frac{1}{m}\begin{bmatrix} -4 & n \\ -1 & k \end{bmatrix}=\frac{1}{-18}\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$m=-22, n=-2, k=5$

(b) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\frac{1}{-22}\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$$
$$=\frac{1}{-22}\begin{bmatrix} -44 \\ 22 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$\therefore x=2, y=-1$

36 (a) $P=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 13 \\ 20 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 13 \\ 20 \end{bmatrix}$$
$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 8 \\ -6 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$\therefore h=4, k=-3$

37 $9x+6y=21 \Rightarrow 3x+2y=7$

$8x+6y=20 \Rightarrow 4x+3y=10$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\frac{1}{1}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$\therefore x=1, y=2$

Hence, the price of a bottle of 500 m*l* mineral water and the price of a 1 000 m*l* mineral water are RM1 and RM2 respectively.

38 $6x+7y=138$

$8x+9y=182$

$$\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 138 \\ 182 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 9 & -7 \\ -8 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 138 \\ 182 \end{bmatrix}$$
$$=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -32 \\ -12 \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 16 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$\therefore x=16, y=6$

Hence, the price of 1 kg of garlic and 1 kg of onions are RM16 and RM6 respectively.

Summative Practice 2

Multiple-Choice Questions

1 $\begin{bmatrix} 5n \\ -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 \\ -2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 5n-3 \\ -6+m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 \\ -2 \end{bmatrix}$

$5n = 35$

$n = 7$

$-6+m=-2$

$m=4$

Answer: A

2 $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 5 & 2b \end{bmatrix}$

$a=4, b=-3$

$a-b=4-(-3)=7$

Answer: D

3 $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$

Answer: C

4 Determinant = $1(4)-2(3)=-2$

Answer: A

5 $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-7}\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-7}\begin{bmatrix} -7 \\ -14 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\therefore x=1, y=2$

Answer: B

Structured Questions

1 $\begin{bmatrix} m & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} - \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 12 & -15 \\ 9 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$

$m-4=5$

$3-\frac{1}{3}n=-2$

$-\frac{1}{3}n=-5$

$n=15$

$m+n=24$

2 $2\begin{bmatrix} -1 & p \\ 2 & 3 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -3 \\ q & 6 \end{bmatrix}$

$2p-9=-3$

$p=3$

$4+9=q$

$q=13$

3 $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -8 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} = 4\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & q \end{bmatrix}$

$6+2=4q$

$4q=8$

$q=2$

4 $\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} - P = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

$P = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

$P = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$

5 $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 1 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 11 & 1 \end{bmatrix}$

6 $\begin{bmatrix} 7 & 2x & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \end{bmatrix}$

$7x-2x-9=6$

$5x=15$

$x=3$

7 The inverse matrix of $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$.

$= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

But it is given that the inverse matrix

$= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ a & b \end{bmatrix}$.

By comparison, $a = -\frac{1}{2}$ and $b = \frac{3}{2}$.

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4-16 \\ -2+12 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -12 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$x = -6, y = 5$

8 (a) Determinant = 0

$-6 + 3h = 0$

$3h = 6$

$h = 2$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 18 \end{bmatrix}$

(i) $B = A^{-1} = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$

(ii) $\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 18 \end{bmatrix}$

$$= \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 36 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$\therefore m = 4, n = \frac{1}{3}$

9 (a) $Q = P^{-1}$

$Q = \frac{1}{15}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$

But it is given that $Q = \frac{1}{m}\begin{bmatrix} 3 & h \\ -6 & k \end{bmatrix}$

By comparison,

$m = 15, h = 2, k = 1$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -9 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{15}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -4 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{15}\begin{bmatrix} -30 \\ 15 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\therefore x = -2, y = 1$

10 (a) $\frac{1}{m}\begin{bmatrix} h & k \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ is the inverse matrix of

$\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

But it is given that the inverse matrix is

$\frac{1}{20+6}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$.

By comparison,

$m = 26, h = 4, k = 2$.

(b) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{26}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 22 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{26}\begin{bmatrix} 104 \\ -26 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\therefore x = 4, y = -1$

11 (a) $P=\frac{1}{-10+12}\begin{bmatrix}-5 & 4\\-3 & 2\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-5 & 4\\-3 & 2\end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix}2 & -4\\3 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14\\19\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-5 & 4\\-3 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}14\\19\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}6\\-4\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\-2\end{bmatrix}$

$\therefore x=3, y=-2$

12 (a) Inverse matrix

$=\frac{1}{-18+15}\begin{bmatrix}-9 & 3\\-5 & 2\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{-3}\begin{bmatrix}-9 & 3\\-5 & 2\end{bmatrix}$

But it is given that the inverse matrix

$=\frac{1}{m}\begin{bmatrix}-9 & 3\\n & 2\end{bmatrix}$.

By comparison,

$m=-3,\ n=-5$

(b) $\begin{bmatrix}2 & -3\\5 & -9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\13\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-3}\begin{bmatrix}-9 & 3\\-5 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}7\\13\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{-3}\begin{bmatrix}-24\\-9\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}8\\3\end{bmatrix}$

$\therefore x=8, y=3$

13 (a) Inverse matrix $=\frac{1}{4n-6}\begin{bmatrix}4 & 1\\6 & n\end{bmatrix}$

But it is given that the inverse matrix

$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}4 & m\\6 & n\end{bmatrix}$

By comparison,

$= m=1, 4n-6=2 \Rightarrow n=2$

(b) $\begin{bmatrix}2 & -1\\4 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-8\\-10\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}-3 & 1\\-4 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-8\\-10\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}14\\12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7\\-6\end{bmatrix}$

$\therefore x=-7, y=-6$

14 (a) $P^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-8 & 3\\-6 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & \frac{3}{2}\\-3 & 1\end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix}2 & -3\\6 & -8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-6\\-15\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-8 & 3\\-6 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-6\\-15\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}3\\6\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1.5\\3\end{bmatrix}$

$\therefore x=1.5, y=3$

15 (a) $P^{-1}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}-3 & 4\\-1 & 2\end{bmatrix},\ h=-\frac{1}{2}, k=4$

(b) $\begin{bmatrix}2 & -4\\1 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}-3 & 4\\-1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}-3\\1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.5\\-0.5\end{bmatrix}$

$\therefore x=1.5, y=-0.5$

16 $6x+3y=84$

$2x+y=28\ \ldots (1)$

$7x+4y=108\ \ldots (2)$

Inverse matrix of $\begin{bmatrix}2 & 1\\7 & 4\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{1}\begin{bmatrix}4 & -1\\-7 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & -1\\-7 & 2\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}2 & 1\\7 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}28\\108\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & -1\\-7 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}28\\108\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}4\\20\end{bmatrix}$

$\therefore x=4, y=20$

Hence, the prices of a pineapple and a watermelon are RM4 and RM20 respectively.

17 $5x + 6y = 16 \ \dots (1)$

$2x + y = 5 \ \dots (2)$

The inverse matrix of $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ is

$\frac{1}{-7}\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-7}\begin{bmatrix} 1 & =6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 16 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-7}\begin{bmatrix} -14 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\therefore x = 2,\ y = 1$

Hence, the price of a 2B pencil and a ruler are RM2.00 and RM1.00 respectively.

18 $4x + 2y = 22 \Rightarrow 2x + y = 11 \ \dots (1)$

$3x + 2y = 18 \ \dots (2)$

The inverse matrix of $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ is

$\frac{1}{1}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ =3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 11 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$\therefore x = 4,\ y = 3$

Hence, the prices of a red tilapia fish and a black tilapia fish are RM4 and RM3 respectively.